Nachname	
Vorname	
Matrikelnummer	
Studiengang	

Aufgabe	1	2	3	Z1	Z2	Summe	Note
Punkte							

Prof. Dr. M. Keller
Universität Potsdam, Institut für Mathematik

Probeklausur

Mathematik für Informatik I Wintersemester 2018/19

Beachten Sie Folgendes:

- Notieren Sie **(deutlich lesbar!)** auf jedem einzelnen Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Es gibt Multiple-Choice-Aufgaben. Beantworten Sie diese auf dem Aufgabenblatt durch Ankreuzen des dazugehörigen Kästchens ☐, also z. B. so: ☒. Sollten Sie ihre Antwort ungültig machen wollen, so zeichnen Sie einen Kreis ◯ um ☒.
- Verwenden Sie für die Aufgaben 3 und die beiden Zusatzaufgaben jeweils ein separates Blatt (oder gegebenenfalls mehrere), keinesfalls sollten auf einem Blatt beide Aufgaben gelöst werden.
- Geben Sie dieses Blatt mit ab.
- Es sind **keine** Hilfsmittel zugelassen.
- Schalten Sie Ihr Smartphone, Ihre Smartwatch, Ihren Taschenrechner und Ähnliches aus.
- Schreiben Sie leserlich. Verwenden Sie keinen Bleistift, sondern Kugelschreiber, Füller oder Ähnliches.
- **Bei (versuchtem) Betrug gilt die Klausur als nicht bestanden!**
- Wird bei einer Multiple-Choice-Frage eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für die gesamte Frage **keine** Punkte.

Gesamtpunktzahl: 40 Punkte (8 Zusatzpunkte)
Hinreichend zum Bestehen: 20 Punkte

Aufgabe 1. **9 Punkte**

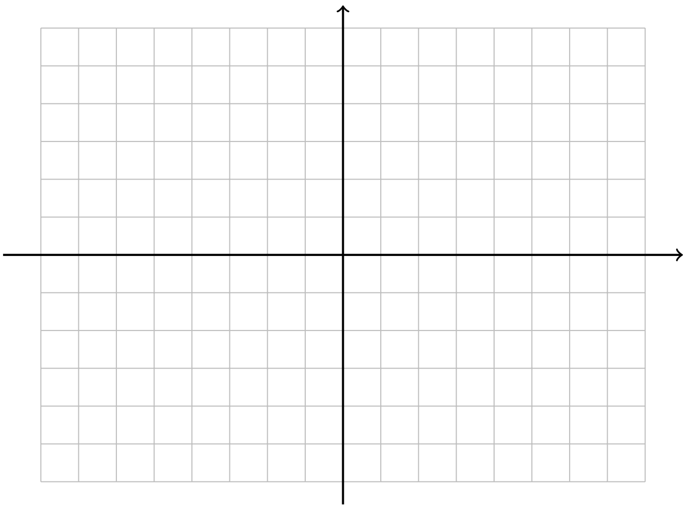
(a) Bestimmen Sie den ggT von 455 und 1360.

☐ 1	☐ 5	☐ 21	☐ 56	☐ 101
☐ 2	☐ 17	☐ 42	☐ 71	☐ andere

(b) Welche der folgenden Zahlen stimmen mit der komplexen Zahl $\dfrac{1}{1+i}$ überein?

☐ $2-i$ ☐ $\frac{1-i}{2}$ ☐ $\frac{2}{7}+\frac{1}{5i}$ ☐ $\frac{i^4-i}{2}$ ☐ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2i}$ ☐ $\frac{2}{10}+\frac{i^3}{4}$

(c) Skizzieren Sie die Menge $\left\{\, z \in \mathbb{C} \colon \mathfrak{Re}(z) - \mathfrak{Im}(z)^2 \geq 1 \,\right\}$ in die Gaußsche Zahlenebene. Beschriften und skalieren Sie die Achsen.



Aufgabe 2. **24 Punkte**

(a) Sei (a_n) eine Folge in $\mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R}$ beliebig. Es gelte:

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n \geq N \qquad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Was lässt sich über die Folge sagen? Die Folge (a_n) ist ...

☐ beschränkt	☐ eine Nullfolge	☐ konstant
☐ konvergent	☐ eine Cauchyfolge	☐ alternierend.

(b) Welche der folgenden Folgen sind beschränkt?

☐ $(\frac{5^n}{n^5})$ ☐ $(\sqrt[n]{n})$ ☐ $(\frac{(-1)^n(n+1)n}{n^2-1})$ ☐ $((-1)^n \sin(n))$ ☐ keine

(c) Welche der folgenden Folgen sind konvergent?

☐ $(\frac{5^n}{n^5})$ ☐ $(\sqrt[n]{n})$ ☐ $(\frac{(-1)^n(n+1)n}{n^2-1})$ ☐ $((-1)^n \sin(n))$ ☐ keine

(d) Welche der folgenden Reihen sind konvergent?

☐ $\sum_{n\geq 0} \frac{n-1}{n^2-1}$ ☐ $\sum_{n\geq 0} \frac{1}{n^4+4}$ ☐ $\sum_{n\geq 1} 5^{-n} n!$ ☐ keine

(e) Welche der folgenden Abbildungen $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sind stetig auf $\mathbb{R}$?

☐ $f(x) = \sum\limits_{n=0}^{10^9} 2^n x^n$

☐ $f(x) = \begin{cases} \sin(\frac{1}{x}), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

☐ $f(x) = \lceil x \rceil := \min\{n \in \mathbb{Z} : n \geq x\}$

☐ $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1}, & x \neq -1; \\ -2, & x = -1 \end{cases}$

☐ keine

(f) Seien $m, n \in \mathbb{R}$. Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, wobei $f(x) = 2x^2 + 2$, falls $x \leq 0$ und $f(x) = mx + n$, falls $x > 0$. Für welche Werte $m, n \in \mathbb{R}$ ist f differenzierbar?

☐ nie ☐ $m, n \in \mathbb{R}$ ☐ $m \in \mathbb{R}$, $n = 2$ ☐ $m = 0$, $n = 2$ ☐ $n \in \mathbb{R}$, $m = 2$

(g) Gegeben sei die Abbildung $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x^3 + 1$. Berechnen Sie, falls möglich, die Ableitung der Umkehrfunktion von f an der Stelle -2.

☐ $(f^{-1})'(7)$ ex. nicht. ☐ 9 ☐ $1/2$

☐ 1 ☐ $1/9$ ☐ anderer Wert

(h) Gegeben sei die Abbildung $f\colon [-2, 2] \to \mathbb{R}, f(x) = x^3 + 2x^2$. Kreuzen Sie die Stellen an, an denen lokale Minima von f liegen.

☐ 0 ☐ $-\frac{3}{4}$ ☐ -2 ☐ 2

☐ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ☐ 1 ☐ $-\frac{1}{2}$ ☐ gibt keine

Aufgabe 3. **7 Punkte**

(a) Wann heißt eine Abbildung injektiv, surjektiv bzw. bijektiv?

(b) Geben Sie eine injektive Abbildung an die nicht surjektiv ist und geben Sie eine surjektive Abbildung an die nicht injektiv ist. Begründen Sie Ihre Aussagen.

(c) Zeigen Sie, dass jede streng monotone Funktion injektiv ist. Geben Sie hierzu erst die Definition einer streng monotonen Funktion

Zusatzaufgabe 1. **4 Punkte**

(a) Wann heißt eine Reihe $\sum_{n\geq 1} a_n$ konvergent und wann heißt diese Reihe absolut konvergent?

(b) Es seien $\sum_{n\geq 1} a_n$ und $\sum_{n\geq 1} b_n$ zwei konvergente Reihen. Zeigen Sie, dass dann $\sum_{n\geq 1} a_n + b_n$ auch konvergiert.

Zusatzaufgabe 2. **4 Punkte**

(a) Wann heißt eine Funktion $f : D \to \mathbb{R}$ stetig in $x_0 \in D \subseteq \mathbb{R}$? Wann heißt eine Funktion $f : D \to \mathbb{R}$ differenzierbar in $x_0 \in D \subseteq \mathbb{R}$?

(b) Geben Sie eine Funktion an die auf dem ganzen Definitionsgebiet stetig ist, aber mindestens in einem Punkt nicht differenzierbar ist. Begründen Sie Ihre Aussagen.

Viel Erfolg!

——— ENDE ———