Altklausur Stochastik Wintersemester 18/19

22. Februar 2019

1 Aufgabe

Entscheiden Sie sich mit kurzer Erklärung, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind:

a) Für zwei beliebige Ereignisse A und B gilt $A \cap \bar{B} = \bar{A} \cup \bar{B}$.
b) Es gibt 90 Möglichkeiten, 6 unterschiedliche Geschenke zwischen 3 Kindern, jeweils 2 pro Kind, zu verteilen.
c) Wenn Ereignis A von sich selbst unabhängig ist bezüglich P, dann gilt:
P(A) = 0, P(A) = 1 oder P(A) = $\frac{1}{2}$.
d) Für zwei unabhängige Zufallsvariablen X, Y, wobei X zum Parameter $\frac{1}{2}$ geometrisch, und Y zum Parameter $\frac{1}{2}$ Poissonverteilt ist, gilt E(XY) = 0.4.
e) Sei A_i die Beobachtung eines Erfolges bei der i-ten Durchführung eines unabhängig wiederholten Experiments. Dann konvergiert die relative Häufigkeit

$$\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{A_i}$$

gegen $\frac{1}{2}$.
f) Sei $(X_i)_{i \in \mathbb{N}}$ eine Folge von unabhängigen, identisch verteilten Zufallsvariablen mit $E(X_1) = m$ und $\delta^2 < +\infty$. Dann gilt für alle $-\infty \leq a < b \leq +\infty$:

$$\lim_{n \to \infty} P(a \leq \frac{1}{\delta \sqrt{n}} \cdot \sum_{i=1}^{n} X_i - n \cdot m \leq b) = \int_a^b e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

2 Aufgabe

In einem Bioladen gibt es Eierpackungen der Hersteller H_1, H_2 und H_3. Es ist bekannt, dass 30% der Eier im Laden von H_1 stammen, die Hälfte von H_2 und 30% von H_3. Manchmal passiert es, dass in einer Packung mindestens ein Ei kaputt ist. Dies ist bei H_1 in 10% der Fälle so, bei H_2 in 5% der Fälle und bei H_3 in 20% der Fälle.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthält eine beliebig gewählte Packung ein kaputtes Ei? Von welchen Hersteller ist diese Packung am wahrscheinlichsten?

3 Aufgabe

Seien $X : \Omega \to \{-1, 1\}$ und $Y : \Omega \to \{1, 2, 3\}$ zwei Zufallsvariablen. Sie sind folgendermaßen verteilt (Tabelle):

X \ Y	1	2	3
-1	α	$\frac{1}{4}$	0
1	$\frac{1}{4}$	α	0

a) Berechnen Sie den Wert von α.
b) Berechnen Sie die Verteilung von Y, E(Y) und Var(Y).
c) Sei Z die Indikatorvariable von X = Y - 1. Berechnen Sie die Verteilung und den Erwartungswert von Z.
d) Berechnen Sie die Verteilung von X $\cdot$ Y und Cov(X,Y).
e) Geben Sie die Verteilung von (X^2, Y) an. Sind X^2 und Y unabhängig?
f) Sind X und Y unabhängig?

4 Aufgabe

Sei X eine Zufallsvariable auf {-1, 0, 1, 2}. Sei P(X = -1) = $\frac{1}{5}$, P(X = 0) = $\frac{1}{10}$, P(X = 1) = $\frac{3}{10}$.

a) Berechnen Sie den Wert von P(X = 2).
b) Berechnen Sie E(X) und Var(X).
c) Sei Y=2^X. Geben Sie den Bildraum und die Verteilung von Y an.
d) Berechnen Sie E(Y)

5 Aufgabe

Herr Schlafmützes Woche hat 4 Tage. Jeden Tag stellt sich Herr Schlafmütze einen Wecker, um pünktlich zur Arbeit zu kommen. Leider wacht er in 25% der Fälle nicht auf, sondern verschläft und kommt zu spät.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Herr Schlafmütze an genau zwei Tagen einer Woche zu spät kommt? Wie oft kommt er durchschnittlich zu spät?