

Mathematik für Informatiker II Modulprüfung SoSe 2019

Alle Lösungen müssen anschaulich durch Ihren Lösungsweg dargestellt werden!

- 1) Gegeben sind 3 Punkte: A (2,6); B (6,3); C (26,24)
- Ermitteln Sie die Seitenlängen a,b,c des Dreiecks ABC!
 - Ermitteln Sie den Winkel α in B zu den Seiten A und C (Formel gegeben)!
 - Ermitteln Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ($1/2 \cdot |v \times w|$)
 - Bestimmen Sie den Punkt D sodass ein Parallelogramm entsteht!
- 2) Abbildung $\varphi: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$ durch $y = \varphi(x) = Ax$; $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$, $x \in \mathbb{R}^4$, $y \in \mathbb{R}^2$
- Bestimmen Sie den Kern der Abbildung!
 - Zeigen Sie, dass der Kern Untervektorraum von \mathbb{R}^4 ist!
 - Was sagt die Dimensionsformel für lin. Abbildungen? Verifizieren Sie die Gültigkeit. für Abb. Φ !
- 3) Gegeben ist das Skalarprodukt $\langle \bullet, \bullet \rangle_{\#}: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ im \mathbb{R}^2 vermöge:
 $\langle x, y \rangle_{\#} := 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 2x_2y_2$ für $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$, $y = (y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2$.
 Damit Abb. $\|\cdot\|_{\#}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ vermöge $\|x\|_{\#} := \sqrt{\langle x, x \rangle_{\#}}$ definiert.
- $\|\cdot\|_{\#}$ erfüllt die Dreiecksungleichung (gegeben)! Zeigen Sie, dass es sich um eine Norm handelt (restliche Normeigenschaften Nachweisen).
 - Bestimmen Sie die Länge des Vektors $v = (4, 8)^T$ bzgl. Der Norm!
- 4) Im Raum $\mathbb{R}[x]_{\leq 2}$ der höchstens quadratischen Polynome: Menge $B = \{1, (x-1), (x-1)^2\}$.
- Zeigen Sie, dass B eine Basis von $\mathbb{R}[x]_{\leq 2}$ ist.
 - Stellen Sie das Polynom $P(x) = 2x^2 + 3x + 4$ bzgl. der Basis auf!
 - Notieren Sie die Basiswechselmatrix M_B^A für den Übergang der Standardbasis $\{1, x, x^2\}$ zu B!

- 5) Gegeben ist die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$.

- Bestimmen Sie das charakteristische Polynom von A.
- Bestimmen Sie die Eigenwerte von A (ganze Zahlen).
- Bestimmen Sie den Eigenraum für den kleinsten Eigenwert!