Mathematik für Informatiker II Klausur WS1920

February 25, 2020

1 Aufgabe

Es seinen V = {1,2,3,4} und E = {{a,b} : a,b $\in$ V und a < b}.
Bestimmen Sie die Adjazenzmatrix.

2 Aufgabe

Zeigen Sie, dass $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$ eine Basis des $\left(\mathbb{R}^3, +, \circ\right)$ ist.

3 Aufgabe

$\left(\mathbb{R}^3, +, \circ\right)$ ist ein reeller Vektorraum.

Weiter seien $U_1 = \left\{ \begin{pmatrix} r \\ r \\ r \end{pmatrix} : r \in \mathbb{R} \right\}$ und $U_2 = \left\{ \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ 0 \end{pmatrix} : r_1, r_2 \in \mathbb{R} \right\}$

a) Zeigen Sie, dass $U_1 \cap U_2$ ein Teilraum von $\left(\mathbb{R}^3, +, \circ\right)$ ist.

b) Geben Sie die Dimension des Teilraums $U_1 \cap U_2$ an.

4 Aufgabe

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

a) $5 \cdot (B \cdot A + C) \cdot B$

b) $(B^T + A) \cdot C^T$

c) C^{-1}

5 Aufgabe

Sei $(V, +, \circ)$ ein euklidischer Raum mit Skalarprodukt f.
Beweisen Sie, dass $f\,(x, y + z) = f(x, y) + f(x, z)$ unter Verwendung der Eigenschaften des Skalarproduktes (S1 - S3 in der Vorlesung).

6 Aufgabe

Sei $(V, +, \circ)$ ein reeller Vektorraum und $f \in Hom(V, V)$.
Definieren Sie den Begriff Eigenwert von f.