

Mathematik für Informatiker 1
Klausur im Wintersemester 2020/2021 am 08.03.2021
Protokoll

Aufgabe 1

Zeigen Sie oder widerlegen Sie, dass folgende logische Aussage eine Tautologie ist.

$$(A \wedge B) \Rightarrow (B \vee C)$$

Aufgabe 2

Zeigen oder widerlegen Sie, dass folgende Verknüpfungen auf \mathbb{N} assoziativ sind.

a) $a \circ b := \max\{a, b\}$

b) $a \circ b := a^b$

Aufgabe 3

Zeigen Sie durch vollständige Induktion die Gültigkeit der folgende Aussage für alle $n \in \mathbb{N}_0$!

$$\sum_{k=0}^n 2^k = 2^{n+1} - 1$$

Aufgabe 4

a) Skizzieren Sie in der Gaußebene die Menge M an komplexen Zahlen.

$$M = \{ z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq 9 \}$$

b) Bestimmen Sie alle Nullstellen des folgenden Polynoms:

$$p(x) = x^4 - 4x^2 + 5$$

c) Bestimmen Sie alle Nullstellen des folgenden Polynoms, wobei Sie verwenden dürfen, dass $x = 1 - i$ eine Nullstelle ist.

$$p(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 + 2x^2 - 2x$$

d) Gegeben sind folgende komplexe Zahlen: $z_1 = 2\sqrt{3} + 2i$ und $z_2 = \frac{2}{1+i}$.
Geben Sie z_1 und z_2 in Exponentialform an! Berechnen Sie ω und geben Sie ω in arithmetischer sowie in Exponentialform an.

$$\omega = \frac{\bar{z}_2^8}{z_1^2}$$

Aufgabe 5

Berechnen Sie den Konvergenzradius der folgenden komplexen Potenzreihe:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{8^n(n+1)}$$

Aufgabe 6

a) Geben Sie den maximalen Definitionsbereich sowie alle lokalen Extrema der Funktion f im Reellen an.

$$f(x) = x^2 \cdot \ln(x)$$

b) Berechnen Sie folgendes Integral:

$$\int_1^e \frac{\sqrt{\ln(x)}}{x} dx$$

c) Berechnen Sie folgendes Integral:

$$\int \frac{6}{x^2 + 3x - 4} dx$$

Aufgabe 7

(Es ist pro Frage **eine** Antwort richtig.)

a) Wählen Sie den maximalen Definitionsbereich der reellen Funktion $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ aus.

- $x \in (-3, 3)$ $x \in \{x \mid -3 \leq x \leq 3\}$ $x \in \mathbb{R}$ $x \geq 0$ $x \in \emptyset$ keine der Antwortmöglichkeiten

b) Welches ist das Taylorpolynom erster Ordnung der Funktion $f(x) = \ln(x+1)$ im Punkt $x_0 = 0$?

- $1 + x$ $-1 + x$ 0 x $2 - x$ keine der Antwortmöglichkeiten

c) Wählen Sie folgenden Grenzwert aus.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{\sin^2(x)}$$

- $\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$ 0 1 2 keine der Antwortmöglichkeiten

d) Berechnen Sie die Prüfziffer der ISBN 365822619 - z_{10} .

- 6 5 9 10 4 keine der Antwortmöglichkeiten

e) Jede stetige, streng monotone Funktion hat eine Umkehrfunktion.

- wahr falsch

f) Die Funktion $f: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ mit $f(x) = \sqrt{x^2}$ ist bijektiv.

- wahr falsch