

UNIVERSITÄT POTSDAM



MATHEMATIK FÜR INFORMATIKER III

SoSe 22

Altklausur

August 22, 2022

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Entscheiden Sie, jeweils mit Erklärung, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind:

- a) Die Trapezregel ist eine Quadraturformel mit der Ordnung 3
- b) Falls $x \approx y$, dann ist es bei numerischen Berechnungen Gleitkommaarithmetik zuverlässiger $\frac{x-y}{x^2-y^2}$ anstelle des äquivalenten Ausdrucks $\frac{1}{x+y}$ zu berechnen.
- c) Ist $A \in R^{nn}$ invertierbar und $b \in R^n$, so konvergiert für $f(x) = Ax + b$ das Newtonverfahren zur Lösung von $f(x) = 0$ in maximal zwei Schritten für beliebige Startwerte
- d) Die Zykloide gegeben durch $f : R \rightarrow R^2, f(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t)$ ist eine rektifizierbare Kurve und hat für $t \in [0, 2\pi]$ die Bogenlänge 6π .
- e) Die Funktion $f : R^2 \rightarrow R$ gegeben durch $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 - 2y$ hat im Punkt $(-1, 2)$ ein lokales Minimum.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Wir betrachten einen Kegel, Halbkugel und Zylinder. Die Grundfläche für alle 3 ist ein Kreis mit dem Radius R . Die jeweilige Höhe ist ebenfalls R . Verwenden Sie Mehrfachintegrale um zu zeigen, dass das Verhältnis des Volumens von Kegel, Halbkugel und Zylinder $1 : 2 : 3$ ist, d.h., dass das Volumen der Halbkugel doppelt so groß ist wie das Volumen der Kegels und dass das Volumen des Zylinders dreimal so groß ist wie das Volumen des Kegels.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Gauss Quadraturformel mit 2 Stützstellen auf $[0, 1]$ ist gegeben durch:

$$\frac{1}{2}f\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{3}}\right) + \frac{1}{2}f\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)$$

- Was muss gezeigt werden um die Ordnung der Quadraturformel zu ermitteln / bestätigen?
- Welche Ordnung hat diese Quadraturformel?
- Weisen sie nun die Ordnung dieser Quadraturformel mathematisch nach.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Wir haben die Stützstellen $-2, -1, 0, 1, 2$ gegeben und an diesen die Messwerte $2, -3, -1, 3$ und 4 aufgenommen. Bestimmen sie mit Hilfe eines Ausgleichsproblems das Quadratische Polynom, welches an den Stützstellen den geringsten Fehler ausweist.

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Verwenden sie einen Newtonschen Steigungsspiegel zur Berechnung eines Interpolationspolynoms für $x_0 = -1, x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = 4$ und $f(x_0) = 0, f(x_1) = -1, f(x_2) = 7$ und $f(x_3) = 15$.

Aufgabe 6 (5 Punkte)

Lösen sie die folgenden Anfangswertprobleme:

- $y' = \sin(t)y \quad y(0) = \frac{e}{2}$
- $y' - y = e^t \quad y(0) = 10$
- $yy' + 2t = 0 \quad y(0) = c$